

[한국과학기술원(KAIST) 문항정보 1]

1. 일반정보

| | | |
|----------------------|---|--|
| 유형 | <input type="checkbox"/> 논술고사 <input checked="" type="checkbox"/> 면접 및 구술고사 | |
| 전형명 | 일반전형 | |
| 해당 대학의 계열(과목) / 문항번호 | 자연계열-수학 / 1, 2, 3 | |
| 출제 범위 | 수학과 교육과정 과목명 | 수학 I, 미적분 II |
| | 핵심개념 및 용어 | 이차방정식과 이차함수, 평면좌표, 부등식의 영역, 정적분의 활용, 여러 가지 적분법 |
| 예상 소요 시간 | 15분 | |

2. 문항 및 제시문

좌표 평면 위에서 $0 \leq a \leq 9$ 인 모든 실수 a 에 대해 $(a, 0)$ 과 $(0, 9 - a)$ 를 잇는 선분을 모두 그렸을 때 적어도 하나 이상의 선분 위에 있는 모든 점들의 집합을 D 라 하자.

- (1) 이 선분이 $(1, 4)$ 를 지나게 될 모든 a 를 구하여라.
- (2) 집합 D 에 점 $(1, y)$ 가 포함될 y 의 최댓값을 구하여라.
- (3) D 가 나타내는 도형의 넓이를 구하여라.

3. 출제 의도

본 문제는 2차방정식이 실수해를 가질 조건 파악하고, 적분을 활용하여 구한 조건이 존재하는 집합의 넓이를 구할 수 있는지를 평가하고자 한다.

- (1) 직선의 방정식을 구하고 이차방정식을 해결할 수 있는지를 평가하는 문제이다.
- (2) 주어진 이차식의 최대최소를 구할 수 있는지를 평가하는 문제이다.
- (3) 구한 방정식의 실수해가 존재하기 위한 조건을 구하여 집합 D 를 완성하고, 적분을 활용하고 주어진 집합 D 의 넓이를 구할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

| 문항 및 제시문 | | 관련 성취기준 |
|----------|---------------|---|
| (1) | 교육과정 | [수학 I]-Ⅲ. 도형의 방정식-2. 직선의 방정식 ① 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다. |
| | 성취기준· 성취수준 | [수학 I]-Ⅲ. 도형의 방정식-2. 직선의 방정식 수학1311. 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다. |
| (2) | 교육과정 | [수학Ⅱ]- I. 집합과 명제 - 2. 명제 - 4.절대부등식의 증명 ④ 절대부등식의 의미를 이해하고, 간단한 절대부등식을 증명할 수 있다. |
| | 성취기준· 성취수준 | [수학Ⅱ]- I. 집합과 명제 - 2. 명제 - 4.절대부등식의 증명 수학2124. 절대부등식의 의미를 이해하고, 간단한 절대부등식을 증명할 수 있다. |
| (3) | 교육과정 | [수학 I]-Ⅲ. 도형의 방정식- 5. 부등식의 영역 ② 부등식의 영역을 활용하여 최대, 최소 문제를 해결할 수 있다. [미적분Ⅱ]-Ⅳ. 적분법-2. 정적분의 활용 ① 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다. |
| | 성취기준· 성취수준 | [수학 I]-Ⅲ. 도형의 방정식- 5. 부등식의 영역 수학1352. 부등식의 영역을 활용하여 최대, 최소 문제를 해결할 수 있다. [미적분Ⅱ]-Ⅳ. 적분법-2. 정적분의 활용 미적2421. 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다. |

나) 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행 연도 | 쪽수 |
|-------------|------|----------|------|-------|---------|
| 고등학교 교과서 | 수학 I | 김원경외 11인 | 비상교육 | 2009 | 113-139 |
| | 수학 I | 김원경외 11인 | 비상교육 | 2009 | 169-177 |
| | 수학Ⅱ | 김원경외 11인 | 비상교육 | 2009 | 49-51 |
| | 미적분Ⅱ | 김원경외 11인 | 비상교육 | 2009 | 133-135 |
| | 미적분Ⅱ | 김원경외 11인 | 비상교육 | 2009 | 154-157 |

5. 문항 해설

직선은 가장 기본적인 평면도형이다. 주어진 조건에 의하여 움직여지는 직선에 대한 직관적으로 이해하고, 판별식, 절대부등식 등을 활용하여 직선의 자취를 수학적으로 엄밀하게 설명할 수 있는지를 평가한다. 또한, 적분법은 넓이·부피와 같은 물리량을 측정하는 데 있어서 가장 핵심적인 수학적 도구이다. 먼저 구한 직선의 자취가 움직이는 부등식의 영역을 적분을 활용하여 넓이를 구할 수 있는지, 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 |
|-------|--|----|
| (1) | 직선의 방정식을 구할 수 있다. a 를 구할 수 있다. | 3점 |
| (2) | 점 $(1, y)$ 가 집합 D 에 포함될 조건을 구할 수 있다. 구한 조건을 절대부등식이나 판별식을 이용하여 y 의 최댓값을 구할 수 있다. | 3점 |
| (3) | 집합 D 를 알맞게 구할 수 있다. 집합 D 의 넓이를 정적분을 활용하여 구할 수 있다. | 4점 |

7. 예시 답안

(1) $a=0$ 이거나 $a=9$ 인 경우는 고려할 필요가 없다. 직선의 방정식을 써서 $\frac{x}{a} + \frac{y}{9-a} = 1$ 에 $x=1, y=4$ 를 대입하여 $\frac{1}{a} + \frac{4}{9-a} = 1$ 을 얻어도 된다. 이 식을 정리하면 $9-a+4a=9a-a^2$ 이 된다.

[삼각형의 닮음 관계를 활용하여도 $\frac{9-a}{a} = \frac{4}{a-1}$ 식을 얻어서 유도할 수 있다.]

이 식을 정리하면 $(a-1)(a-9)+4a=0$ 에서 $a^2-6a+9=0$ 을 얻게 되므로 $a=3$ 이 유일한 해이다. 즉, 답은 $a=3$

(2) $a=9$ 인 경우는 $y=0$ 이 된다. a 가 0인 경우는 고려할 필요가 없다.

$0 < a < 9$ 인 경우 $x=1$ 을 대입하면 $\frac{1}{a} + \frac{y}{9-a} = 1$ 을 얻으므로 이 식을 정리하면

$9-a+ya=9a-a^2$ 이 되어 $a^2-(10-y)a+9=0$ 이 된다. (이 식은 $a=0$ 이거나 $a=9$ 일 때도 성립한다.)

[산술기하평균부등식 이용한 풀이]

y 에 대해 식을 정리하면 $y = 10 - (a + \frac{9}{a})$ 를 얻는다. 산술기하평균부등식을 이용하면

$a + \frac{9}{a} \geq 2\sqrt{a \cdot \frac{9}{a}} = 6$ 을 얻는다. 등호조건을 따져보면 등호는 $a=9/a$ 인 경우, 즉 $a=3$ 인 경우 등호가 성립한다. 따라서, y 의 최댓값은 4이다.

[판별식 이용한 풀이]

이 식이 $0 \leq a \leq 9$ 에서 해를 가지게 해야 한다. 근의 공식을 쓰자면 결국 판별식은 0이상이어야 하므로 $(10-y)^2 - 36 \geq 0$ 에서 $10-y \geq 6$ 이거나 $10-y \leq -6$ 을 얻는다. 그런데 $0 \leq y \leq 9$ 이므로 $y \leq 4$ 를 얻는다. 한편 $0 \leq y \leq 4$ 인 경우 $0 \leq a \leq 9$ 인 해 a 가 존재한다. 그 이유는 아래와 같다.

$F(a) = a^2 - (10-y)a + 9$ 라 할 때 $F(0)=9 > 0$, $F(9)=9y > 0$ 이며 $F'(a)=2a-10+y$ 이므로 $F'(a)=0$ 인 $a=5-y/2$ 가 꼭지점이 되는데 $0 \leq y \leq 4$ 에서는 이 값이 0이상 9이하이다.

따라서 $y=4$ 인 경우가 최댓값이다.

(3) $D = \{(x,y) \mid 0 \leq x \leq 9, 0 \leq y \leq 9, y \leq f(x)\}$ 라 쓰자. (2)의 방식을 일반화해서 $f(x)$ 를 구하자.

(x,y) 가 D에 있으면 $\frac{x}{a} + \frac{y}{9-a} = 1$ 을 얻는다. 이 식을 정리하면 $a^2 - (9+x-y)a + 9x = 0$ 을 얻게 되는데 이는 $a=0$ 이거나 $a=9$ 라도 맞는 식이 된다. 이 식은 a 에 관한 이차식인데 해가 0과 9 사이에 있어야 한다.

[산술기하평균부등식을 이용한 풀이]

y 에 관해 정리하면 $y = -\frac{1}{a}(a-9)(a-x) = -a + 9 + x - \frac{9x}{a} = 9 + x - (\frac{9x}{a} + a)$ 를 얻는다.

산술기하평균부등식을 이용하면 $\frac{9x}{a} + a \geq 2\sqrt{\frac{9x}{a} \cdot a} = 6\sqrt{x}$ 을 얻는다. 한편 등호조건은

$\frac{9x}{a} = a$, 즉 $a = 3\sqrt{x}$ 일 때 성립한다. x 의 범위가 0에서 9사이이므로 등호가 성립하는 a 역시 0에서 9사이가 되어 등호가 성립하는 경우가 있으므로 $f(x) = 9 + x - 6\sqrt{x}$ 가 된다.

[판별식을 이용한 풀이]

$a^2 - (9+x-y)a + 9x = 0$ 의 실수해가 있기 위해서는

판별식 $D = (9+x-y)^2 - 4 \cdot 9x \geq 0$ 이어야 한다. 이때 $0 \leq x \leq 9$, $0 \leq y \leq 9$ 이므로 $-9 \leq x-y \leq 9$ 이고 따라서 $D \geq 0$ 이라는 식은 $9+x-y \geq 6\sqrt{x}$ 과 같아지게 되어 $y \leq 9+x-6\sqrt{x}$ 라는 식을 얻는다.

한편 $D \geq 0$ 인 경우 왜 0과 9사이에 실수해가 있는지 확인해보자. 이 a 에 관한

이차식 $a^2 - (9+x-y)a + 9x$ 를 미분해서 0되는 지점, 즉 꼭지점이 있는 곳이

$a = (9+x-y)/2$ 인데 $-9 \leq x-y \leq 9$ 이므로 미분해서 0되는 지점이 항상 0과 9 사이에 있게 된다.

그런데 $a=0$ 일 때 $9x \geq 0$ 이고 $a=9$ 일 때 $81 - (9+x-y)9 + 9x = 9y$ 가 되어 실수해는 있다면 반드시 $[0,9]$ 폐구간 내에서만 존재하게 된다. 즉 $D \geq 0$ 인 것만 확인하면 반드시 실수해 a 는 0과 9 사이에 있게 된다.

따라서 구하는 $f(x)$ 는 $f(x) = 9 + x - 6\sqrt{x}$ 이다.

[남아있는 넓이 구하는 풀이]

D의 넓이는 이 함수 $f(x)$ 를 0부터 9까지 적분만 하면 된다.

$$\int_0^9 (9+x-6\sqrt{x})dx = \left[9x + \frac{x^2}{2} - 6 \cdot \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \right]_0^9 = 81 + \frac{81}{2} - 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 27 = 81 + 40.5 - 108 = 13.5$$

따라서 답은 13.5

8. 총 평

[고등학교 수학교사 A]

일반계고 학생들이 주로 접하는 평면도형, 최대·최소, 도형의 넓이와 관련된 교과서에 수록된 문제와 수능기출문제는 대부분 변수와 상수의 구분이 용이하고, 부등식 또는 함수의 관계식이 주어졌을 때 영역의 넓이를 구하는 문제이다. 따라서 (3)번 문항의 경우 영역 D 를 집합으로 표현하거나 (1), (2)번 문항에서 구한 직선의 방정식을 a 에 관하여 정리하여 x, y 사이의 부등식을 이끌어 내는 과정이 일반계고 학생들에게는 매우 어렵게 느껴질 것이다. 그러나 (1)번 문항에서 직선을 방정식을 만들도록 유도하고, (2)번 문항에서 $x=1$ (상수)일 때, y 의 최댓값을 구하기 위해 절대부등식 또는 이차방정식의 판별식을 이용하여 y 의 범위를 구하는 과정을 경험하게 됨으로 (3)번 문항에서 y 의 범위를 구하면 x, y 에 대한 부등식, 즉, 부등식의 영역으로 D 를 표현할 수 있도록 문항을 체계적으로 구성하였으므로 [수학 I], [수학 II], [미적분 II] 등의 교과서를 충실히 공부하며 문제해결력, 추론 능력의 수학적 과정을 익힌 학생은 도전해 볼만한 문제이다.

[고등학교 수학교사 B]

평면도형, 최대·최소, 적분을 이용한 도형의 넓이 등의 교육과정상의 기본적인 사실들을 다룬 문항이다. (1)번 문항은 두 점을 지나는 직선의 방정식 개념을 정확히 이해하면 쉽게 해결될 수 있다. (2)번 문항은 a 값이 변함에 따라 선분이 변한다는 사실을 수학적 추론을 통해 집합 D 를 이해하는 것이 중요하다. (3)번 문항은 (1),(2)번을 통해 문항이해가 완벽히 되었다면, 적분을 활용하여 해결할 수 있는 문항이다. 본 문항은 교육과정에 매우 충실할 뿐만 아니라 학생들의 깊이 있는 사고, 폭넓은 사고를 요구한다. 우선 문항에서 주어진 조건들을 깊이 있게 분석하고 이해하여야만 문항해결의 완성을 높일 수 있는 문항이다. 문항을 정확히 이해를 바탕으로 수학적 추론, 논리적 문제해결력 등 전반적인 평가할 수 있는 문항이다.

[한국과학기술원(KAIST) 문항정보 2]

1. 일반정보

| | | |
|----------------------|---|--|
| 유형 | <input type="checkbox"/> 논술고사 <input checked="" type="checkbox"/> 면접 및 구술고사 | |
| 전형명 | 학교장추천전형, 고른기회전형 | |
| 해당 대학의 계열(과목) / 문항번호 | 자연계열-수학 / 1, 2, 3 | |
| 출제 범위 | 수학과 교육과정 과목명 | 수학II, 확률과 통계, 미적분 I |
| | 핵심개념 및 용어 | 수열의 합, 이항정리, 조건부 확률, 확률의 곱셈정리, 독립시행의 확률, 정적분 |
| 예상 소요 시간 | 15분 | |

2. 문항 및 제시문

N 개의 상자가 있고 각각의 상자에는 N 개의 공이 들어있다. k 번째 상자에는 빨간 공이 k 개 파란 공 $N-k$ 개이다 ($k = 1, 2, \dots, N$). 먼저 임의로 한 상자를 선택한다. 이 상자에서 임의로 공을 하나 선택하고 공의 색깔을 확인 후 상자에 공을 되돌려 넣는 시행을 m 회 반복하였다. (상자는 다시 선택하지 않고 공만 m 회 반복해서 선택한다.)

- (1) $N = 10$ 이고 $m = 3$ 일 때 모두 빨간 공을 선택했을 확률은?
- (2) $N = 10$ 이고 $m = 3$ 일 때 선택된 빨간 공의 수가 짝수(0 포함)일 확률은?
- (3) 고정된 자연수 m 에 대해서 선택된 빨간 공의 수가 짝수(0 포함)일 확률은 P_N 이다. N 이 한없이 커질 때 P_N 은 어떤 값으로 수렴하는가?

3. 출제 의도

본 문제는 이항정리, 조건부확률, 확률의 곱셈정리, 독립시행의 확률을 이용하여 확률을 구하고, 정적분을 활용하여 확률의 극한을 구할 수 있는지를 평가하고자 한다.

- (1) 조건부확률과 확률의 곱셈정리를 이용하여 확률을 구할 수 있는지를 평가하는 문제이다.
- (2) 독립시행의 확률을 활용하여 조건부확률을 구할 수 있는지를 평가하는 문제이다.
- (3) 이항정리를 활용하여 확률을 구하고, 정적분을 활용하여 확률의 극한값을 구할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

| 문항 및 제시문 | | 관련 성취기준 |
|----------|-----------|--|
| (1) | 교육과정 | [수학Ⅱ]-(3)수열-(나)수열의 합 ② 여러 가지 수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구할 수 있다. [확률과 통계]-(2)확률-(나)조건부확률 ① 조건부확률의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다. ③ 확률의 곱셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다. |
| | 성취기준·성취수준 | [수학Ⅱ]-(3)수열-(나)수열의 합 수학2322. 여러 가지 수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구할 수 있다. [확률과 통계]-(2)확률-(나)조건부확률 확통1221. 조건부확률의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다. 확통1223. 확률의 곱셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다. |
| (2) | 교육과정 | [수학Ⅱ]-(3)수열-(나)수열의 합 ② 여러 가지 수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구할 수 있다. [확률과 통계]-(2)확률-(나)조건부확률 ① 조건부확률의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다. ② 사건의 독립과 종속의 의미를 이해하고, 이를 설명할 수 있다. ③ 확률의 곱셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다. |
| | 성취기준·성취수준 | [수학Ⅱ]-(3)수열-(나)수열의 합 수학2322. 여러 가지 수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구할 수 있다. [확률과 통계]-(2)확률-(나)조건부확률 확통1221. 조건부확률의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다. 확통1222-2. 독립시행의 확률을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. |

| 문항 및 제시문 | | 관련 성취기준 |
|----------|-----------|--|
| | | 확통1223. 확률의 곱셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다. |
| (3) | 교육과정 | [확률과 통계]-(1)순열과 조합-(라)이항정리 ② 이항정리를 이용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다. [미적분 I]-(4)다항함수의 적분법-(나)정적분 ② 정적분의 뜻을 안다. |
| | 성취기준·성취수준 | [확률과 통계]-(1)순열과 조합-(라)이항정리 확통1141/1142. 이항정리를 이해하고, 이를 이용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다. [미적분 I]-(4)다항함수의 적분법-(나)정적분 미적1422. 정적분의 뜻을 안다. |

나) 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행 연도 | 쪽수 |
|----------|--------|-------|----------|-------|--------------|
| 고등학교 교과서 | 수학Ⅱ | 김원경 외 | 비상교육 | 2014 | 134-136 |
| | 미적분 I | 황선욱 외 | 좋은책 신사고 | 2014 | 157-158 |
| | 미적분 I | 김창동 외 | (주)교학사 | 2014 | 162-164 |
| | 확률과 통계 | 정상권 외 | (주)금성출판사 | 2014 | 95-101 |
| | 확률과 통계 | 이준열 외 | 천재교육 | 2014 | 110-113, 123 |

5. 문항 해설

많은 통계 이론 중에서 특히 조건부확률[또는 베이지언확률(Bayesian probability)]은 인공지능 분야에 결정적인 역할을 한다. 많은 지능형 시스템들이 과거 데이터를 기반으로 미래를 예측하기 위해서 베이지언 네트워크를 사용하고 있다. 본 문항은 [확률과 통계]의 ‘조건부 확률’ 단원에서 다루어진 내용을 활용하여 N 개의 상자 중 k 번째 상자에서 공을 꺼내어 확인한 후 되돌려 넣는 시행을 m 회 반복했을 때 주어진 개수의 빨간공을 뽑는 조건부 확률을 구하고, $k = 1, 2, 3, \dots, N$ 일 때, 각각의 상자를 선택하여 주어진 개수의 빨간색 공을 뽑을 확률을 구한 후 [수학Ⅱ]의 ‘수열의 합’을 이용하여 확률을 구할 수 있는지를 평가한다. 또한 [미적분 I]의 ‘정적분’을 이용하여 확률의 구할 수 있는지, 풀이 과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 |
|-------|--|----|
| (1) | k 번째 상자에서 3회 모두 빨간공을 뽑을 조건부 확률을 구할 수 있다. 확률의 곱셈정리와 수열의 합을 이용하여 확률이 $\frac{121}{400}$ 임을 구할 수 있다. | 2점 |
| (2) | 독립시행의 확률을 이용하여 k 번째 상자에서 3회중 짝수번 빨간공을 뽑을 조건부 확률을 구할 수 있다. 확률의 곱셈정리와 수열의 합을 이용하여 확률이 $\frac{9}{20}$ 임을 구할 수 있다. | 4점 |
| (3) | 이항정리를 이용하여 k 번째 상자에서 m 회중 짝수번 빨간공을 뽑을 조건부 확률을 구할 수 있다. 정적분을 이용하여 P_N 의 극한값이 $\frac{1}{2} + \frac{(1 - (-1)^{m+1})}{4(m+1)}$ 임을 구할 수 있다. | 4점 |

7. 예시 답안

(1) (2점)

k 번째 상자를 택하는 사건을 E_k , 3회 모두 빨간공을 뽑는 사건을 A 라고 하자.

$$P(A|E_k) = \left(\frac{k}{N}\right)^3$$

각각의 상자를 선택할 확률은 $1/N$ 이므로

$$P(A) = \sum_{k=1}^N P(A|E_k)P(E_k) = \sum_{k=1}^N \left(\frac{k}{N}\right)^3 \frac{1}{N} = \left(\frac{N(N+1)}{2}\right)^2 \frac{1}{N^4} = \frac{(N+1)^2}{4N^2}$$

따라서 답은 $121/400$ 이다.

(2) (4점)

k 번째 상자를 택하는 사건을 E_k , 3회중 짝수번 빨간공을 뽑는 사건을 B 라고 하자.

$$P(B|E_k) = {}_3C_0 \left(\frac{k}{N}\right)^0 \left(1 - \frac{k}{N}\right)^3 + {}_3C_2 \left(\frac{k}{N}\right)^2 \left(1 - \frac{k}{N}\right)^1 = \left(\frac{k}{N}\right)^0 \left(1 - \frac{k}{N}\right)^3 + 3 \left(\frac{k}{N}\right)^2 \left(1 - \frac{k}{N}\right)^1$$

각각의 상자를 선택할 확률($P(E_k)$)은 $1/N$ 이므로

$$\begin{aligned}
P(B) &= \sum_{k=1}^N P(B|E_k)P(E_k) = \sum_{k=1}^N \left(\left(1 - \frac{k}{N}\right)^3 + 3\left(\frac{k}{N}\right)^2 \left(1 - \frac{k}{N}\right) \right) \frac{1}{N} \\
&= \sum_{k=1}^N \left(-4\left(\frac{k}{N}\right)^3 + 6\left(\frac{k}{N}\right)^2 - 3\frac{k}{N} + 1 \right) \frac{1}{N} \\
&= \frac{1}{2} \frac{N-1}{N}
\end{aligned}$$

다음과 같이 위 계산을 좀 더 간단하게 할 수도 있다.

$$\begin{aligned}
P(B) &= \sum_{k=1}^N P(B|E_k)P(E_k) = \sum_{k=1}^N \left(\left(1 - \frac{k}{N}\right)^3 + 3\left(\frac{k}{N}\right)^2 \left(1 - \frac{k}{N}\right) \right) \frac{1}{N} \\
&= \sum_{k=1}^{N-1} \left(\frac{k}{N}\right)^3 \frac{1}{N} + \sum_{k=1}^{N-1} 3\left(\frac{k}{N}\right)^2 \left(1 - \frac{k}{N}\right) \frac{1}{N} \\
&= \sum_{k=1}^{N-1} \left(-2\left(\frac{k}{N}\right)^3 + 3\left(\frac{k}{N}\right)^2 \right) \frac{1}{N} \\
&= \frac{1}{2} \frac{N-1}{N}
\end{aligned}$$

따라서 답은 9/20이다.

(3) (4점)

k번째 상자를 택하는 사건을 E_k , m회 중 짝수번 빨간 공을 뽑는 사건을 C 라고 하자.

$$P(C|E_k) = \sum_{i=0,2,\dots}^m {}_m C_i \left(\frac{k}{N}\right)^i \left(1 - \frac{k}{N}\right)^{n-i}$$

위 값은 $\left(\frac{k}{N} + (1 - \frac{k}{N})\right)^m$ 의 짝수항의 합이다. 따라서 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\sum_{i=0,2,\dots}^m {}_m C_i \left(\frac{k}{N}\right)^i \left(1 - \frac{k}{N}\right)^{n-i} = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{k}{N} + (1 - \frac{k}{N})\right)^m + \left(-\frac{k}{N} + (1 - \frac{k}{N})\right)^m \right) = \frac{1}{2} \left(1 + \left(1 - 2\frac{k}{N}\right)^m \right)$$

각각의 상자를 선택할 확률은 1/N이므로

$$P_N = P(C) = \sum_{k=1}^N P(C|E_k)P(E_k) = \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} \left(1 + \left(1 - 2\frac{k}{N}\right)^m \right) \frac{1}{N}$$

이 확률의 극한은 정적분을 이용해서 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} P_N = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} \left(1 + \left(1 - 2\frac{k}{N}\right)^m \right) \frac{1}{N} = \frac{1}{2} \int_0^1 1 + (1 - 2x)^m dx = \frac{1}{2} + \frac{(1 - (-1)^{m+1})}{4(m+1)}$$

8. 총 평

[고등학교 수학교사 A]

각종 교과서에 수록된 ‘사고력 배양 문제’와 유사한 형태의 문제이나 개수와 시행횟수를 변수로 주어진 (3)번 문항의 경우 일반계고 학생들에게는 다소 생소한 형태임으로 내신 1등급 정도의 학생들도 어렵게 느낄 것이다. 그러나 (1), (2)번 문항을 해결하는 과정에서 (3)번 문항을 해결할 수 있는 실마리를 찾을 수 있도록 문항을 구성함으로써 [수학Ⅱ], [확률과 통계], [미적분 I] 등의 교과서를 공부하며 ‘사고력 배양 문제’를 통해 문제해결력, 추론 능력의 수학적 과정을 익힌 학생은 도전해 볼만한 문제이다.

[고등학교 수학교사 B]

독립시행의 확률, 조건부 확률, 확률의 곱셈정리, 확률의 덧셈정리, 정적분의 정의 등 문항에 담겨진 수학적 사실들은 고등학교 교육과정에서 매우 중요하게 다루어지는 부분이다. (1)번 문항은 조건부확률을 통해 간단히 해결할 수 있고, (2)번 문항은 조건부확률, 확률의 곱셈정리, 확률의 덧셈정리 등의 기본적인 개념을 통해 해결할 수 있는 문항이다. (3)번 문항은 (1),(2)번 문항해결에 대한 완벽한 이해가 있어야만 그 문항의 해결 실마리를 찾을 수 있다. (1),(2)문항 해결과정 속에서 문항의 해결과정 아이디어를 찾고, 식을 논리적으로 정리하고, 정적분의 정의를 이용하여 해결할 수 있는 문항이다. 쉬운 문항의 정확한 이해를 바탕으로 더욱 어려운 문항을 해결할 수 있도록 문항이 개발되었다. 이는 기본에 충실한 수학교육에 대한 중요한 메시지를 던져준 좋은 예이다.

[한국과학기술원(KAIST) 문항정보 3]

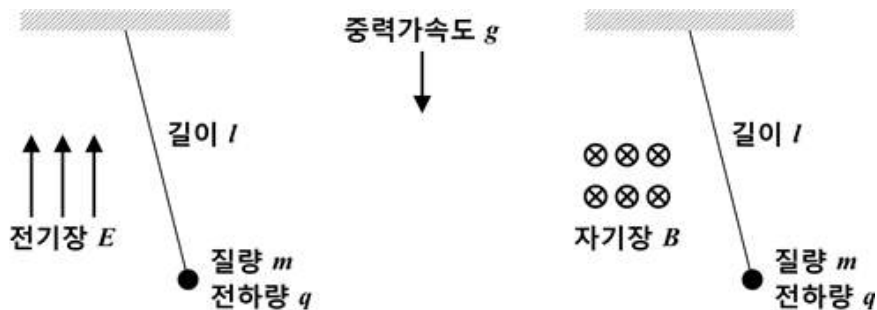
1. 일반정보

| | | |
|------------------------|-----------------------|---------------------|
| 유형 | □ 논술고사 ■ 면접 및 구술고사 | |
| 전형명 | 일반전형 | |
| 해당 대학의 계열(과목) / 문항번호 | 자연계열-과학(물리) / 1, 2, 3 | |
| 입학 모집요강에 제시한 자격 기준 과목명 | 과학(물리) | |
| 출제 범위 | 과학과 교육과정 과목명 | 물리 I, 물리 II |
| | 핵심개념 및 용어 | 복원력, 주기, 전기력, 자기력 등 |
| 예상 소요시간 | 15분 | |

2. 문항 및 제시문

질량 m , 전하량 $q(q>0)$ 인 추가 길이가 l 인 실에 연결되어 단진동하고 있다. 실의 길이는 늘어나지 않으며, 공기저항, 실의 질량, 추의 크기, 전하의 운동으로 인한 전자기파의 발생 등은 무시한다.

- (1) 아래 왼쪽 그림과 같이 진자에 세기가 균일한 전기장 \vec{E} 를 연직 위 방향으로 가할 경우 단진동 주기는 어떻게 변하는가?
- (2) 반면 아래 오른쪽 그림과 같이 균일한 자기장 \vec{B} 를 종이 면에 수직하게 들어가는 방향으로 가할 경우 단진동 주기는 어떻게 변하는가?
- (3) 전기장 내지 자기장의 세기에 관계없이 단진동은 유지되는가? 유지되지 않는가? 그 이유에 대해서도 설명하시오.



3. 출제 의도

단진동에서 주기와 관련이 있는 복원력의 원인인 중력에 전기력이나 자기력을 합성시켰을 때 합력에 따라 복원력, 즉 주기에 영향을 미치는 지의 여부를 판단하게 한다.

- (1) 전기력이 중력의 반대방향에 작용하여 합력(복원력)이 작아지게 되어 단진자의 진동 주기에 영향을 미침.
- (2) 자기력은 복원력의 수직인 방향으로 작용하여 단진자의 진동 주기에 영향을 미치지 않음.
- (3) 전기력이 중력의 반대방향으로 작용하여 복원력이 0이 되면, 단진동 할 수 없고, 자기력이 커져 중력의 코사인 성분보다 크게 되면 실의 장력이 없어져서 단진동 할 수 없음.

4. 문항 및 제시문의 출제근거

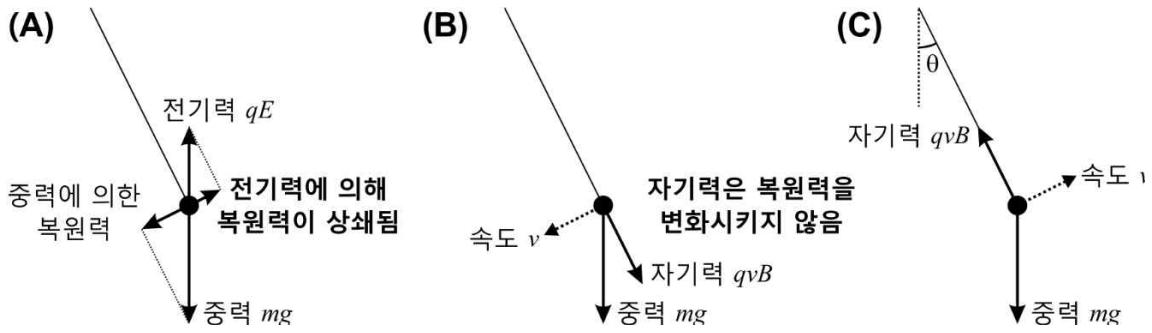
가) 교육과정 근거

| | |
|------------|--|
| 적용 교육과정 | 물리Ⅱ (1) 운동과 에너지, (가) 힘과 운동 |
| 성취 기준 | <p>⑥ 단진동의 의미와 진자의 주기에 영향을 주는 변인을 이해한다.</p> <p>물체에 작용하는 힘의 크기가 변위의 크기에 비례하고 힘의 방향이 변위의 반대일 때 일어나는 운동이 단진동임을 알게 하고, 단진자의 속도에 대한 벡터 분석을 통하여 가속도 방향과 진자에 작용하는 알짜 힘에 대해 알게 한다.</p> |
| 적용 교육과정 | 물리Ⅱ (2)전기와 자기 - 전기력, 자기력 |
| 성취 기준 | <p>① 전기장, 전기력선, 전위의 관계를 이해하고, 전기쌍극자의 의미를 안다.</p> <p>두 전하 사이의 전기력을 쿨롱 법칙에 의해 정량적으로 이해하게 한다.</p> <p>쿨롱의 법칙으로부터 전기장을 정의하고 전기력선과 등전위면의 개념을 도입하여 이와 관련된 주요 현상을 관찰하게 한다.</p> <p>④ 자기장 속에서 운동하는 전하가 받는 로렌츠 힘을 안다.</p> <p>관찰을 통하여 자기장 속에서 운동하는 전하가 받는 로렌츠 힘의 방향과 크기를 알게 하고, 이 현상이 암페어의 법칙과 관련됨을 이해하게 한다.</p> |

나) 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행 연도 | 쪽수 |
|-------------|-------|----------|----------|-------|------------|
| 고등학교 교과서 | 물리 II | 곽성일 외 7인 | 천재교육 | 2011 | 54,108,150 |
| | 물리 II | 김영민 외 7인 | (주) 교학사 | 2011 | 37,127,148 |
| 기타 | 심화물리 | 윤성현 외 | 한국과학창의재단 | 2011 | 76,144,179 |

5. 문항 해설



(1) (3점)

전기장은 그림 (A)처럼 추에 연직 위 방향으로의 전기력을 가하면서 중력에 의한 복원력을 상쇄시키므로, 단진동 주기를 증가시킨다. (단진동 주기 $T=2\pi\sqrt{l/g}$ 에서 유효한 중력가속도 g 를 감소시키는 효과와 동일하다.)

(2) (4점)

자기장은 그림 (B)나 (C)처럼 항상 추의 속도에 수직한 방향 (실과 평행한 방향)으로 Lorentz 힘(자기력)을 가하고 이는 복원력을 변화시키지 않으므로, 단진동 주기를 변화시키지 않는다.

(3) (3점)

전기장이 충분히 강해서 전기력 qE 가 중력 mg 보다 커지면 복원력이 존재하지 않아 단진동이 일어나지 않는다. 그리고 자기장이 충분히 강해서 자기력 qvB (v 는 추의 속력)가 중력 $mg \cos\theta$ 보

다 크고 방향은 서로 반대이면 (그림 (C)처럼) 실의 장력이 없어져서 (즉, 실이 팽팽하지 못하고 휘어져서) 단진동이 유지되지 못한다.

6. 채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 |
|-------|--|----|
| (1) | 전기장은 그림 (A)처럼 추에 연직 위 방향으로의 전기력을 가하면서 중력에 의한 복원력을 상쇄시키므로, 단진동 주기를 증가시킨다. (단진동 주기 $T=2\pi\sqrt{l/g}$ 에서 유효한 중력가속도 g 를 감소시키는 효과와 동일하다.) | 3 |
| (2) | 자기장은 그림 (B)나 (C)처럼 항상 추의 속도에 수직인 방향 (실과 평행한 방향)으로 Lorentz 힘(자기력)을 가하고 이는 복원력을 변화시키지 않으므로, 단진동 주기를 변화시키지 않는다. | 4 |
| (3) | 전기장이 충분히 강해서 전기력 qE 가 중력 mg 보다 커지면 복원력이 존재하지 않아 단진동이 일어나지 않는다. 그리고 자기장이 충분히 강해서 자기력 qvB (v 는 추의 속도)가 중력 $mg\cos\theta$ 보다 크고 방향은 서로 반대이면 (그림 (C)처럼) 실의 장력이 없어져서 (즉, 실이 팽팽하지 못하고 휘어져서) 단진동이 유지되지 못한다. | 3 |

7. 예시답안

(1) 전기장은 그림 (A)처럼 추에 연직 위 방향으로의 전기력을 가하면서 중력에 의한 복원력을 상쇄시키므로, **단진동 주기를 증가시킨다.** (단진동 주기 $T=2\pi\sqrt{l/g}$ 에서 유효한 중력가속도 g 를 감소시키는 효과와 동일하다.)

(2) 자기장은 그림 (B)나 (C)처럼 항상 추의 속도에 수직인 방향 (실과 평행한 방향)으로 Lorentz 힘(자기력)을 가하고 이는 복원력을 변화시키지 않으므로, **단진동 주기를 변화시키지 않는다.**

(3) 전기장이 충분히 강해서 전기력 qE 가 중력 mg 보다 커지면 복원력이 존재하지 않아 단진동이 일어나지 않는다. 그리고 자기장이 충분히 강해서 자기력 qvB (v 는 추의 속도)가 중력 $mg\cos\theta$ 보다 크고 방향은 서로 반대이면 (그림 (C)처럼) 실의 장력이 없어져서 (즉, 실이 팽팽하지 못하고 휘어져서) **단진동이 유지되지 못한다.**

8. 총평[고등학교 과학(물리)교사 A]

물리1 교과서에 수록된 ‘역학’의 운동을 바탕으로 물리2 교과서의 ‘단진동’을 제대로 배우고, 전기력과 자기력(로렌츠의 힘)의 간단한 개념을 알고 있는 학생이라면 어렵지 않게 (1), (2), (3)번 문제를 풀 수 있을 것이라고 본다.

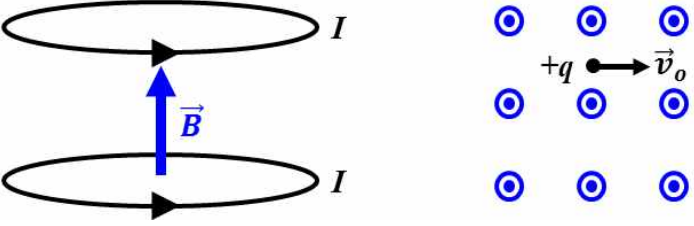
하지만 기본적인 내용이라도 짧은 시간내에 여러 가지 현상을 종합해야 하는 통찰력이 필요하기 때문에 쉬운 문제는 아니며 융합적 사고력을 평가하는 좋은 문제로 보인다. 다만, 물리1 교과서에 수록된 ‘역학’의 운동만 배운 학생은 (1)번 문제를 풀기 어렵기 때문에 (2), (3)에 도전하기도 쉽지 않을 것이다. 좋은 문제이기는 하나 (1)번 문제가 쉬워 보이거나 못 풀 경우 (2), (3)번을 모두 풀 수 없게 되어 (1)번 문제의 의존성이 커 보이는 문제이다. 기본에 충실해야 하는 물리 과목의 특성상 어쩔 수 없어 보이기는 하나 (2), (3)번 문제는 (1)번 문제를 푼 학생이면 충분히 풀 수 있을 것으로 본다.

[한국과학기술원(KAIST) 문항정보 4]

1. 일반정보

| | | |
|------------------------|-----------------------|-------------------|
| 유형 | □ 논술고사 ■ 면접 및 구술고사 | |
| 전형명 | 학교장추천전형, 고른기회전형 | |
| 해당 대학의 계열(과목) / 문항번호 | 자연계열-과학(물리) / 1, 2, 3 | |
| 입학 모집요강에 제시한 자격 기준 과목명 | 과학(물리) | |
| 출제 범위 | 과학과 교육과정 과목명 | 물리II |
| | 핵심개념 및 용어 | 전류에 의한 자기장, 로렌츠 힘 |
| 예상 소요시간 | 15분 | |

2. 문항 및 제시문

| | |
|-----------|--|
| 문제 | <p>다음 그림처럼 전류가 흐르는 두 개의 코일을 통해 자기장을 형성하였다. 이때 코일의 모양과 크기를 조절해, 충분한 크기의 영역에서 균일한 자기장 \vec{B}를 만들었다고 가정하자. 이 균일한 자기장 영역에서 $+q$의 전하가 자기장 방향에 수직인 초기속도 v_0로 움직이고 있다.</p>  <p>(1) 전하 $+q$에 작용하는 힘과 그 결과 나타나는 운동에 대해 구체적으로 설명하십시오.</p> <p>(2) 동일한 자기장 분포에서 전하 $+q$는 (1)에서 보인 운동 궤적을 거꾸로 따라갈 수 있는가? 없는가? 그 이유는 무엇인가?</p> <p>(3) 시간을 거꾸로 돌리는 경우 전하 $+q$는 (1)에서 보인 운동 궤적을 거꾸로 따라가는가? 아닌가? 그 이유는 무엇인가?</p> |
|-----------|--|

3. 출제 의도

전류에 의한 자기장과 Lorentz 힘의 특성에 대한 이해도를 알아본다.

4. 문항 및 제시문의 출제근거

가) 교육과정 근거

| | |
|------------|---|
| 적용 교육과정 | 물리Ⅱ |
| 성취 기준 | [물리Ⅱ]-2. 전기와 자기-(나) 전류와 자기장 물2221. 전류에 의한 자기장 형성을 인식하고, 직선전류와 원형전류 주위의 자기장을 설명할 수 있다. 물2222. 자기장 속에서 운동하는 전하가 받는 로렌츠 힘을 설명할 수 있다. |

나) 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행 연도 | 쪽수 |
|-------------|-----|-------|------|-------|---------|
| 고등학교 교과서 | 물리Ⅱ | 곽성일 외 | 천재교육 | 2011 | 131~153 |
| | 물리Ⅱ | 김영민 외 | 교학사 | 2011 | 144~151 |

5. 문항 해설

전류에 의한 자기장의 방향과 자기장 속에서 운동하는 전하에 작용하는 Lorentz 힘에 대해서 물어보고 있는 문항으로 고등학교 물리Ⅱ의 내용에서도 다루어지고 있는 내용으로 교육과정 범위에 포함되어 있다.

Lorentz 힘을 받아 운동하는 전하의 운동에 대한 정량적으로 표현할 수 있고, 전류에 의한 자기장의 방향에 대한 이해 및 조건의 변화에 따라 Lorentz 힘의 방향이 어떻게 변하는지에 대한 논리적인 사고를 통해 문제를 해결하는 능력을 요구하는 문항이다.

6. 채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 |
|-------|---|----|
| (1) | Lorentz힘과 구심력을 이용하여 원운동 방향과 반지름을 설명할 수 있다. | 3점 |
| (2) | 자기장과 전하의 운동방향에 따라 Lorentz힘의 방향이 변할 수 있는지 설명할 수 있다. | 4점 |
| (3) | 전류의 방향에 따라서 자기장의 방향이 어떻게 바뀌는지 설명하고 Lorentz힘의 방향을 구할 수 있다. | 3점 |

7. 예시답안

| |
|---|
| <p>(1) Lorentz 힘 $\vec{F} = q\vec{v}_o \times \vec{B}$이 구심력으로 작동해, 위에서 쳐다봤을 때 시계방향의 원운동을 한다. 원운동의 반경은 $qv_o B = mv_o^2/r \Rightarrow r = \frac{mv_o}{qB}$가 된다.</p> <p>(2) Lorentz 힘의 방향은 자기장의 방향이 바뀌지 않는 한, 속도 벡터의 우측방향으로 작용한다. 즉 반시계 방향으로 운동은 불가능하기 때문에 운동 궤적을 거꾸로 따라갈 수 없다.</p> <p>(3) (1)에서 보인 운동 궤적을 거꾸로 따라 간다. 시간을 거꾸로 돌리면 자기장을 만들어내는 전류도 반대로 흐르게 되고, 자기장의 방향도 반대로 되어 반시계 방향 원운동이 가능하게 된다.</p> |
|---|

8. 총평[고등학교 과학(물리)교사 B]

고등학교 물리 II 교육과정 내에 있는 전자기학의 기본적인 내용에 대한 이해가 되어있는 학생들은 충분히 풀어낼 수 있는 문제입니다. (1) 문항은 주어진 조건에 대해 Lorentz힘의 크기와 방향을 구하는 문제로 기본 개념의 숙지 정도를 파악하는 문제이며, (2) 문항은 주어지지 않은 조건에 대해서도 생각하고 문제를 해결해야하는 사고력 확장에 관한 문제입니다. (3)번 문항의 경우 단편지식 뿐 아니라 학생의 사고력도 함께 판단할 수 있는 문제라고 판단되며 (1)~(3) 모두 교육과정 내에서 해결할 수 있으므로 선행학습을 유발하는 문제라고 볼 수 없습니다.

[한국과학기술원(KAIST) 문항정보 5]

1. 일반정보

| | | |
|------------------------|---|------------------------|
| 유형 | <input type="checkbox"/> 논술고사 <input checked="" type="checkbox"/> 면접 및 구술고사 | |
| 전형명 | 일반전형 | |
| 해당 대학의 계열(과목) / 문항번호 | 자연계열-과학(화학) / 1, 2, 3 | |
| 입학 모집요강에 제시한 자격 기준 과목명 | 과학(화학) | |
| 출제 범위 | 과학과 교육과정 과목명 | 화학II |
| | 핵심개념 및 용어 | 자유에너지, 엔탈피, 엔트로피, 용해평형 |
| 예상 소요시간 | 15분 | |

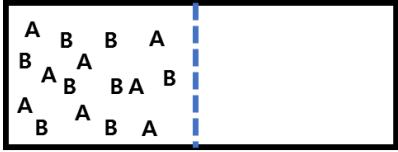
2. 문항 및 제시문

다음을 읽고 물음에 답하여라.

반응의 자발성을 결정하는 자유에너지 변화량(ΔG)은 다음 식과 같이 온도 T 에서 반응 엔탈피 및 엔트로피의 변화량(각각 ΔH 와 ΔS)으로 나타낼 수 있다.

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S$$

아래 그림과 같이 물로 가득 찬 용기에 반투막이 설치되어 있다. 이때 균일하게 섞인 입자 A와 B를 용기의 왼쪽에 가득 채웠다. 단, 물과 A만 반투막을 통과할 수 있다고 가정하자.



- (1) 입자 간 상호작용을 무시할 경우, 평형 상태에서 A와 B의 분포를 예측하시오.
- (2) 이 과정에서 평형에 도달할 때까지 시간에 따른 엔탈피(H), 엔트로피(S) 및 자유에너지(G)의 변화를 설명해 보시오.
- (3) A와 B가 각각 Na^+ 와 Cl^- 일 경우, 입자간 상호작용을 더 이상 무시할 수 없다.

이때 이 과정에서 평형에 도달할 때까지 시간에 따른 엔탈피(H), 엔트로피(S) 및 자유에너지(G)의 변화를 설명해 보시오. 평형 상태에서 Na^+ 와 Cl^- 의 분포를 (1)의 결과와 비교해 보시오.

3. 출제 의도

자유에너지 변화를 결정하는 요인을 엔탈피와 엔트로피로 구분하여 이해하고, 이를 반응의 자발성 및 평형 상태에 적용하는 능력을 평가한다.

4. 문항 및 제시문의 출제근거

가) 교육과정 근거

| | |
|------------|--|
| 적용 교육과정 | 1. 교육과학기술부 고시 제2011-361호[별책9] “과학과 교육과정” |
| 성취 기준 | <p>1. 교육과정 문서</p> <p>(1) 다양한 물질의 모습 (96쪽) (아) 묽은 용액의 증기압 내림, 끓는점 오름, 어는점 내림, 삼투압 등 총괄성에 대해 설명 할 수 있다.</p> <p>(2) 물질변화와 에너지(97쪽) (가) 화학 반응을 통해 열이 발생하거나 흡수됨을 설명할 수 있다. (라) 엔트로피의 의미를 정성적으로 설명하고, 고립계에서 자발적 변화와 엔트로피의 관계를 설명할 수 있다. (마) 일정한 온도, 압력에서 자유에너지의 의미를 정성적으로 이해하고, 자유에너지가 줄어드는 방향으로 자발적 변화가 일어남을 설명할 수 있다.</p> <p>(3) 화학 평형(97쪽) (마) 용해 평형에서 용해도를 열역학적 관점에서 설명하고 온도와 압력에 따라 용해도가 변한다는 사실을 설명 할 수 있다.</p> |

나) 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행 연도 | 쪽수 |
|-------------|------|----------|-----------|-------|--------------------------------------|
| 고등학교 교과서 | 화학II | 박종석외 4인 | 교학사 | 2016 | 65-66 86-88 110-118 165-167 |
| | 화학II | 노태희 외 6인 | 천재교육 | 2016 | 55-57 62-69 96-113 152-157 |
| | 화학II | 김희준 외 7인 | (주)상상아카데미 | 2016 | 66-76 84-116 154-163 |

5. 문항 해설

삼투현상이 일어날 때의 과정을 열역학적 관점에서 설명하는 것으로 고등학교 화학 II의 내용에서도 다루어지고 있는 내용으로 교육과정 범위에 포함되어 있다. 특히 용액에서 입자사이의 인력 차이로 인해 발생하는 엔탈피 변화와 삼투과정에서의 엔트로피와 자유에너지 변화의 개념을 적용하는 능력을 요구하는 문항이다.

6. 채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 |
|-------|---|----|
| (1) | <p>[채점 요소] 입자 A, B의 분포 예측이 적절한가?</p> <p>[채점 준거]</p> <ul style="list-style-type: none"> • 입자 A의 분포 예측이 맞으면 1.5점 • 입자 B의 분포 예측이 맞으면 1.5점 <p>[유의 사항]</p> <p>- 입자 B가 반투막을 경계로 양쪽에 골고루 분포함을 의미하면 정답으로 인정한다.</p> | 3 |

[채점 요소]

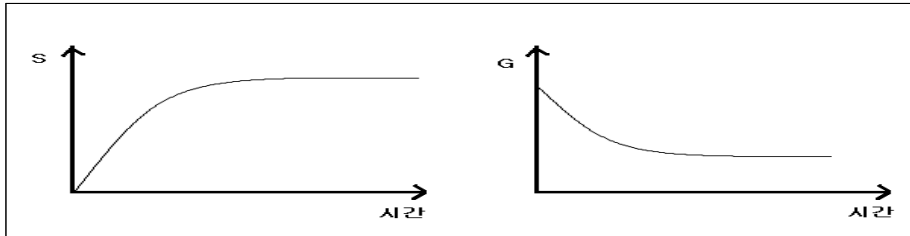
(1) 과정에서 평형에 도달할 때까지의 과정에서 엔탈피, 엔트로피, 자유에너지의 변화를 설명할 수 있는가?

[채점 준거]

- 엔탈피 변화에 대한 설명이 적절하면 1점
- 엔트로피 변화에 대한 설명이 적절하면 1점
- 자유에너지 변화에 대한 설명이 적절하면 1점

[유의 사항]

(2) - 엔트로피와 자유에너지 변화과정을 아래 그래프의 의미가 담기도록 설명하면 정답으로 인정한다.



3

[채점 요소]

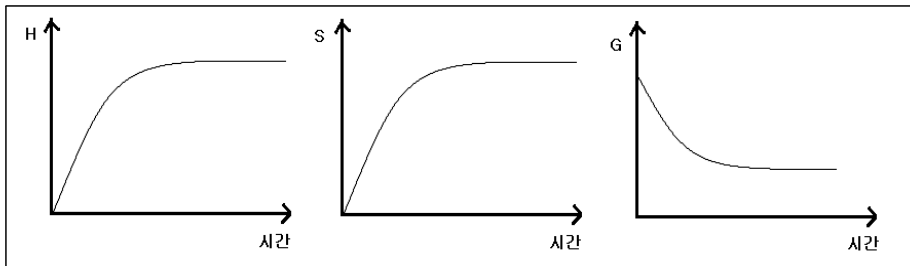
입자 A, B사이의 인력이 작용할 때, 평형에 도달할 때까지의 과정에서 엔탈피, 엔트로피, 자유에너지의 변화를 설명하고 분포를 예측할 수 있는가?

[채점 준거]

- 엔탈피 변화에 대한 설명이 적절하면 1점
- 엔트로피 변화에 대한 설명이 적절하면 1점
- 자유에너지 변화에 대한 설명이 적절하면 1점
- Na^+ 의 분포 예측이 맞으면 1점

[유의 사항]

(3) - 엔탈피, 엔트로피와 자유에너지 변화과정을 아래 그래프의 의미가 담기도록 설명하면 정답으로 인정한다.



4

- 엔탈피 증가 과정을 Na^+ 와 Cl^- 사이의 평균 거리 증가에 따른 정전기적 인력의 감소와 반발력 증가로 설명하여도 정답으로 인정한다.
- 분포를 설명할 때 Na^+ 와 Cl^- 사이의 강한 인력으로 인해 이동하지 않은 상태가 평형이라 답을 할 경우 이동하는 경우에 대해 답을 할 것을 다시 요구한다.

7. 예시답안

(1) 입자간 상호작용을 무시할 경우 A와 B가 서로 독립적으로 이동한다. 따라서 평형상태가 되면 B는 반투막에 의해 왼쪽에 갇혀 있고, A는 반투막 양쪽에 4개씩 분포한다.

(2) 입자 간 상호작용을 무시할 경우 시간에 따른 엔탈피 변화는 없다 ($\Delta H=0$). 입자가 골고루 분포할수록 엔트로피는 증가한다($\Delta S>0$). 반투막을 통과하여 오른쪽으로 이동하면서 엔트로피는 지속적으로 증가하고, 평형에 이르렀을 때 최댓값으로 수렴한다. $\Delta G=\Delta H-T\Delta S$ 인데, $\Delta H=0$ 이므로 $\Delta G=-T\Delta S$ 이 된다. 따라서 온도는 항상 양수이므로 엔트로피와 반대로 자유에너지는 지속적으로 감소하다 평형에 이르렀을 때 최솟값으로 수렴한다.

(3) 소금은 물에 용해 될 때 흡열반응을 한다. 이는 용질 사이의 인력(Na^+ 와 Cl^-)과 용매 입자 사이의 인력(물과 물)을 끊을 때 흡수하는 에너지가 용질-용매(Na^+ -물, Cl^- -물)사이의 상호작용이 일어날 때 방출되는 에너지보다 더 크기 때문이다. Na^+ 가 반투막을 통해 오른쪽으로 이동하는 과정에서, Na^+ 가 Cl^- 과의 인력을 극복하기 위해 큰 에너지를 흡수해야한다. 즉, 시간에 따라 Na^+ 와 Cl^- 의 평균 거리 증가한다. 그래서 엔탈피는 증가하고 평형에서 최대가 된다. (2)정답과 같이 반응 초기에 반투막을 통해 Na^+ 가 오른쪽으로 이동하면서 엔트로피가 증가하고, 평형에 도달하면 최댓값이 된다. 그리고 반응 초기 Na^+ 가 오른쪽으로 이동하는 것이 자발적으로 일어나므로 자유에너지는 감소하고, 평형에 도달하면 최소가 된다. 그리고 Na^+ 가 반투막을 통과하여 오른쪽으로 이동하기 위해서는 Cl^- 와의 인력을 극복 할 수 있는 큰 에너지를 흡수한 입자만 가능하다. 즉, Na^+ 는 (1)의 결과와 달리 오른쪽보다는 왼쪽에 많이 분포한다.

8. 총평

[고등학교 과학(화학)교사 A]

출제된 문항은 용액 내에서 입자들 사이의 상호작용이 없는 경우와 있는 경우의 입자 분포와 엔탈피, 엔트로피와 자유에너지의 변화 과정과 입자의 분포도 설명하도록 하고 있다. 이를 설명하기 위해서 학생들은 엔탈피, 엔트로피와 자유에너지에 대한 정성적 개념을 충분히 이해하고 있어야하고 주어진 상황에 개념을 적용하는 능력을 갖추고 있어야한다. 특히 문항(3)의 경우 입자들 사이의 상호작용이 있을시 엔탈피의 변화는 ‘용해 평형’의 개념까지 숙지하고 있어야 해결할 수 있는 것으로 화학 II의 전반적 이해도를 평가하기에 적절하다고 생각한다. 그래서 고등학교 교육과정 내의 내용으로 이러한 고차원적 사고력을 평가 할 수 있는 아주 적절한 평가 문항이라고 생각한다.

[고등학교 과학(화학)교사 B]

출제된 문항은 고등학교 화학II의 교과과정에 부합함을 알 수 있었다. 출제된 문항은 열역학적인 요소들로부터 분자의 상호 작용을 고려하여 화학 반응의 자발성에 따라 물질의 분포를 유추하는 문항으로 고등학교에서 화학II 교과를 성실히 이수하고 물질의 특성과 자유에너지에 대한 이해가 높은 학생들이 접근 가능한 문항으로 생각된다. 또한 단원 간의 개념을 종합하여 사고할 수 있는 능력을 요구하고 있어 우수한 과학 인재로 성장할 가능성이 있는 학생을 선발하기에 매우 적합하다고 생각된다. 특히 (3)번 문항은 여러 답변이 나올 수 있지만 추가 질문을 통하여 학생의 사고력과 지식 정도를 측정하기에 적합하다고 생각된다.

[한국과학기술원(KAIST) 문항정보 6]

1. 일반정보

| | | |
|------------------------|-----------------------|---------------------|
| 유형 | □ 논술고사 ■ 면접 및 구술고사 | |
| 전형명 | 학교장추천전형, 고른기회전형 | |
| 해당 대학의 계열(과목) / 문항번호 | 자연계열-과학(화학) / 1, 2, 3 | |
| 입학 모집요강에 제시한 자격 기준 과목명 | 과학(화학) | |
| 출제 범위 | 과학과 교육과정 과목명 | 화학 I, 화학II |
| | 핵심개념 및 용어 | 상평형, 상변화, 용해과정, 용해도 |
| 예상 소요시간 | 15분 | |

2. 문항 및 제시문

아래 그림은 물질 X, Y, Z의 상평형 그림이다.

X

Y

Z

(1) X, Y, Z는 물(H₂O), 이산화탄소(CO₂), 암모니아(NH₃) 중 각각 어느 물질로 예상되며 그 이유는 무엇인지 설명하시오.

(2) 1 atm의 개방된 용기 내에서 고체 상태인 물과 역시 고체 상태인 이산화탄소의 온도를 서서히 올렸다. 이때 물과 이산화탄소에 일어나는 첫 번째 상변화를 각각 설명하시오. 같은 실험을 밀폐된 용기 내에서 실시 할 경우 각 물질에 대해서 첫 번째 상변화가 일어나는 온도(상전이온도)가 개방된 용기 내 실험에 비하여 어떻게 변화할지 설명하시오.

(3) 액체인 물에 고체나 액체의 용질이 용해되는 과정은 용질에 따라 발열반응 혹은 흡열반응이지만, 액체인 물에 이산화탄소나 암모니아와 같은 기체가 녹는 용해 과정은 항상 발열반응이다. 그 이유를 제시 해보고, 위 두 기체 중 어느 기체의 용해도가 높을지 예측/설명하시오.

3. 출제 의도

상평형과 용해 평형을 이해하고 이들 평형 변화를 분자의 구조와 분자 간 결합으로 설명할 수 있는지 여부를 평가한다.

4. 문항 및 제시문의 출제근거

가) 교육과정 근거

| 적용 교육과정 | 1. 교육과학기술부 고시 제2011-361호[별책9] “과학과 교육과정” |
|------------|--|
| 성취 기준 | 1. 교육과정 문서 화학 I (3) 아름다운 분자세계(89쪽) (라) 간단한 분자들의 루이스 구조를 통해 공유 결합의 성질과 쌍극자 모멘트와 관련된 결합의 극성을 설명할 수 있다. (마) 전자쌍 반발 이론을 통해 분자의 구조를 설명하고, 분자의 극성과 끓는점 등 물리적, 화학적 성질이 분자 구조와 관계가 있다는 사실을 이해한다. 화학 II (1) 다양한 모습의 물질(96쪽) (가) 여러 가지 분자 간 상호 작용을 이해하고, 분자 간 상호 작용의 크기와 끓는점의 관계를 안다. (바) 고체, 액체, 기체 사이의 상변화를 설명한다. (2) 물질변화와 에너지(97쪽) (가) 화학 반응을 통해 열이 발생하거나 흡수됨을 설명할 수 있다. (바) 온도에 따라 자발적 변화의 방향이 달라질 수 있다는 사실을 통해서 온도에 따른 물질의 상변화를 설명할 수 있다. (3) 화학 평형(97쪽) (라) 고체, 액체, 기체 사이의 동적 평형과 증기압의 의미를 이해하고 온도와 압력에 따른 물질의 상태를 도표로 나타낼 수 있다. (마) 용해 평형에서 용해도를 열역학적 관점에서 설명하고 온도와 압력에 따라 용해도가 변한다는 사실을 설명할 수 있다. |

나) 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행 연도 | 쪽수 |
|-------------|-------|-------|-----------|-------|---------------------------------|
| 고등학교 교과서 | 화학 I | 노태희 외 | 천재교육 | 2016 | 150-163 |
| | 화학 I | 김희준 외 | (주)상상아카데미 | 2016 | 110-162 |
| | 화학 II | 노태희 외 | 천재교육 | 2016 | 51-52 77-87 148-157 |
| | 화학 II | 김희준 외 | (주)상상아카데미 | 2016 | 56-58 84-96 144-163 |
| | 화학 II | 박종석 외 | (주) 교학사 | 2016 | 16-20 44 86-89 160-164 |

5. 문항 해설

화합물의 구조로부터 물리, 화학적 성질을 예측하고 이를 이용하여 제시된 상평형 그림의 해석, 외부 조건의 변화에 따른 상변화 예측, 용해과정에서의 에너지 출입과 용해도에 관한 설명을 요구하는 문항으로 고등학교 화학 I 과 화학 II에서도 다루어지고 있는 내용으로 교육과정 범위에 포함되어 있다. 따라서 어느 한 단원에 치중되어 있지 않고 화학 I, II의 개념을 잘 이해하고 종합할 수 있는 능력을 요구한다.

6. 채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 |
|-------|---|----|
| (1) | <p>【채점 요소】 상평형 그림을 통해 X, Y, Z를 각각 암모니아, 물, 이산화탄소로 제시하고 타당한 이유를 제시하였는가?</p> <p>【채점 준거】 · X, Y, Z에 해당하는 화합물을 적절한 이유와 함께 바르게 제시한 경우 각 1점씩 부여</p> <p>【유의 사항】 · 아래 예시답안에 제시된 이유 이외에 타당한 이유를 제시하면 정답으로 인정 · 물과 이산화탄소는 예시 답안의 이유 중 한 가지만 답하여도 정답으로 인정</p> | 3 |

| | | |
|-----|--|---|
| (2) | <p>【채점 요소】 · 개방된 용기에서 온도를 서서히 올렸을 때, 물과 이산화탄소에서 일어나는 첫 번째 상변화를 바르게 설명하였는가? · 같은 실험을 밀폐된 용기에서 실시하였을 때, 첫 번째 상변화가 일어나는 온도를 바르게 비교하였는가?</p> <p>【채점 준거】 · 개방된 용기에서 온도 상승 시 물과 이산화탄소의 첫 번째 상변화를 바르게 설명하면 각 1점씩 부여 · 개방된 용기보다 밀폐된 용기에서 물과 이산화탄소의 첫 번째 상변화 온도의 변화를 바르게 설명하면 각 1점씩 부여</p> <p>【유의 사항】 · 밀폐된 용기에서 온도 상승 시 압력이 상승함을 설명하지 않고 온도 변화만 설명해도 정답으로 인정</p> | 4 |
| (3) | <p>【채점 요소】 물질이 용해될 때 열의 출입이 일어나는 이유를 제시하고 기체가 물에 대한 용해될 때에는 발열 반응을 하는 이유를 바르게 설명하였는가? 또한 이산화탄소와 암모니아의 물에 대한 용해도를 분자의 극성을 이용하여 바르게 설명하였는가?</p> <p>【채점 준거】 · 아래 예시답안의 가), 나), 다)와 같은 의미로 설명하면 각 1점씩 부여</p> | 3 |

7. 예시답안

(1)

| | 화합물 | 이유 |
|---|-------|---|
| X | 암모니아 | · 극성 분자로 Z와 달리 1atm에서 액체로 존재할 수 있다. |
| Y | 물 | · 1atm, 0℃에서 고체, 액체 변화가 가능한 것은 물이므로 · 고체/액체 상평형 그래프의 기울기가 (-) 값이다. · 극성이면서 강한 수소 결합으로 인해 낮은 삼중점 기압과 높은 삼중점 온도를 갖는다. |
| Z | 이산화탄소 | · 1atm에서 고체/기체 상변화가 가능한 것은 이산화탄소이다. · 비극성 물질로 낮은 분자간 인력으로 인하여 삼중점의 압력이 높다. |

(2)

| | 개방된 용기에서 온도 상승 시 첫 번째 상변화 | 개방된 용기와 밀폐된 용기에서 온도 상승 시 첫 번째 상변화 온도 비교 |
|-------|---------------------------|---|
| 물 | 고체 → 액체 | 밀폐된 용기에서 첫 번째 상변화 온도 하강 |
| 이산화탄소 | 고체 → 기체 | 첫 번째 상변화 온도 상승 |

(3)

- 가) 용해과정은 용질입자와 용매입자가 각각 분리되는 과정 ($\Delta H > 0$, 흡열반응)과 용질입자와 용매입자가 섞이는 과정 ($\Delta H < 0$, 발열반응)으로 나누어 생각할 수 있으며 용해과정에서의 에너지 출입은 이 세 에너지의 합으로 나타난다.
- 나) 그러나 기체의 용해과정은 용질입자가 이미 분리되어 있어 필요한 에너지가 거의 없기 때문에 용질입자와 용매입자가 섞이는 과정의 발열 반응이 더 큰 기여로 기체의 용해 과정은 발열반응이라 설명할 수 있다.
- 다) 극성인 암모니아가 비극성인 이산화탄소보다 극성인 물에 더 안정하게 섞일 수 있기 때문에 높은 용해도를 보인다. (암모니아의 경우 더 큰 음(-)의 ΔH_3 를 갖는다.)

※ 참고

용질 입자 간 인력을 극복하여 용질 입자가 분리: $\Delta H_1 > 0$ (흡열)

용매 입자 간 인력을 극복하여 용매 입자가 분리: $\Delta H_2 > 0$ (흡열)

용매와 용질이 섞이는 과정: $\Delta H_3 < 0$ (발열) 일 때,

$$\Delta H_{\text{용해}} = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3$$

8. 총평

[고등학교 과학(화학)교사 A]

출제 문항은 분자간 힘에 대한 개념을 상변화에 적용 시킬 수 있는지를 묻고 있다. 이는 고등학교 화학Ⅱ 교육과정 내용 중 ‘다양한 물질의 모습’, ‘물질 변화와 에너지’, ‘화학 평형’ 내용을 두루 포함하고 있어 화학Ⅱ에 대한 전반적 이해도를 묻기에 적절하다고 판단된다. 특히 (2)문항의 경우 닫힌계에서 상변화 과정을 예측하도록 요구하고 있고, (3)문항의 경우 기체 용해 과정에서 엔탈피 변화를 분자 사이의 인력으로 설명하도록 하고 있다. 여기에는 학생들이 개념을 연결하는 종합적 사고력을 요구하고 있으며, 이는 한국과학기술원에서 기본적으로 수학할 능력이 있는 학생인지 판단하기에 훌륭한 문항이라고 판단된다.

[고등학교 과학(화학)교사 B]

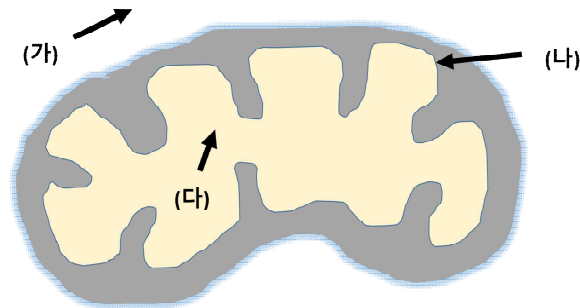
출제문항은 고등학교 화학Ⅰ 과 화학Ⅱ 교육과정에 부합함을 알 수 있었다. 출제된 문항은 분자들의 구조적 성질에서부터 나타나는 특성을 상변화에 적용하여 그래프를 해석하고 외부 압력 조건의 변화에 따라 상전이 온도를 예측하도록 하고 있다. 또한 기체의 용해도를 분자의 구조를 통해 열역학적 요소와 용해도를 추론하도록 하고 있다. 문제를 해결하기 위한 요소들은 고등학교 화학Ⅰ, 화학Ⅱ의 교육과정에서 모두 다루고 있으며 선행학습 요소를 발견할 수 없다. 해당 교과를 성실히 이수하고 각 단원에서 목표로 하고 있는 주제를 종합적으로 사고를 할 수 있는 학생을 선발하기에 매우 적합한 문항이라고 판단된다.

[한국과학기술원(KAIST) 문항정보 7]

1. 일반정보

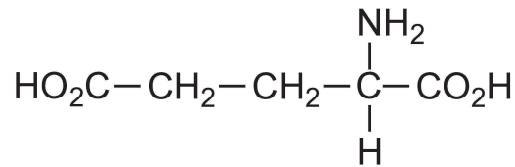
| | | |
|------------------------|-----------------------------|--|
| 유형 | □ 논술고사 ■ 면접 및 구술고사 | |
| 전형명 | 일반전형 | |
| 해당 대학의 계열(과목) / 문항번호 | 자연계열-과학(생명과학) / 1, 2-가, 2-나 | |
| 입학 모집요강에 제시한 자격 기준 과목명 | 과학(생명과학) | |
| 출제 범위 | 과학과 교육과정 과목명 | 생명과학II |
| | 핵심개념 및 용어 | 세포 호흡, 해당 과정, TCA회로, 전자전달계, 산화적인산화, 호흡기질 |
| 예상 소요시간 | 15분 | |

2. 문항 및 제시문



- (1) 위의 그림은 세포안의 미토콘드리아이다. 해당과정, 피루브산 산화, TCA회로, 산화적 인산화를 통해 호흡을 하는데, 세포 속에 있는 미토콘드리아 (다) 지점에 pH 4의 수용액을 주입했을 때 ATP의 생산이 어떻게 되는지 이야기하고, 그 이유를 설명하시오.
- (2) 세포는 단백질, 탄수화물, 지방을 호흡기질로 사용하는데, 탄수화물이 해당경로를 통해 세포호흡에 이용된다.
- 가) 중성지방의 경우 호흡의 과정에서 어떤 경로를 이용하여 호흡에 이용되는지 설명하시오.

나) 단백질을 이루고 있는 아미노산인 글루탐산의 구조이다. 글루탐산은 먼저 아민기(NH₂)가 제거된 후 호흡의 기질로 이용된다. 글루탐산이 호흡의 어떤 경로의 어떤 물질로 변환되어 호흡에 이용되는지 설명하시오.



3. 출제 의도

세포 호흡의 각 과정에 대한 이해를 바탕으로 실험적 상황에서의 ATP 생산 및 호흡 기질의 이용과 관련한 문제해결력을 평가한다.

4. 문항 및 제시문의 출제근거

가) 교육과정 근거

| | |
|------------|--|
| 적용 교육과정 | 교육과학기술부 고시 제 2011-361호[별책9] “과학과 교육과정” |
| 성취 기준 | <p>(1) 세포와 물질 대사(113쪽)</p> <p>세포의 물질대사가 효소를 이용한 화학반응에 의해 이루어지며, 이에 필요한 에너지 공급이 생체막을 통한 에너지 전환과 관련됨을 이해한다.</p> <p>(가) 세포의 특성</p> <ol style="list-style-type: none"> ① 세포소기관들이 기능적으로 유기적인 관계를 이루고 있음을 이해한다. ② 원핵 세포와 진핵 세포의 차이점을 설명할 수 있다. ③ 확산, 삼투, 능동 수송 등 세포막을 통한 물질 출입 현상을 이해한다. ④ 효소의 구조와 특성을 이해한다. <p>(나) 세포와 에너지</p> <ol style="list-style-type: none"> ① 미토콘드리아와 엽록체의 구조와 기능을 안다. ② 세포 호흡의 해당 과정, TCA 회로, 광합성의 암반응이 효소에 의한 화학 반응임을 이해한다. ③ 세포 호흡의 전자전달계와 광합성의 명반응이 생체막을 통한 에너지 전환 과정임을 이해한다. ④ 발효를 실생활과 관련지어 이해한다. |

나) 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행 연도 | 쪽수 |
|-------------|--------|-------|----------|-------|--------|
| 고등학교 교과서 | 생명과학Ⅱ | 권혁빈 외 | 교학사 | 2014 | 64~117 |
| | 생명과학Ⅱ | 박희송 외 | 교학사 | 2014 | 98~116 |
| | 생명과학Ⅱ | 심규철 외 | 비상교육 | 2014 | 82~95 |
| | 심화생명과학 | 서해애 외 | 한국과학창의재단 | 2011 | 90~107 |

5. 문항 해설

이 문항들은 생명과학Ⅱ 교과에서 중요하게 다루고 있는 해당과정, 피루브산 산화, TCA 회로, 산화적 인산화 등 세포 호흡의 각 과정에 대한 이해를 바탕으로 특수한 실험적 상황에서의 ATP 생산과 탄수화물 외의 다른 호흡 기질이 세포 호흡에서 이용되는 과정을 말할 수 있는지 묻고 있다. 교육과정 범위에 해당하는 개념과 원리를 체계적으로 이해하고 있는지와 함께 문제 해결에 이를 적용할 수 있는지 평가하고 있다.

6. 채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 |
|--------|--|----|
| (1) | 예측되는 결과(ATP 생성 감소)와 그 이유를 전자전달 과정을 통한 H ⁺ 농도기울기 형성 및 ATP 합성효소의 작용을 통해 논리적으로 설명한 경우 | 3 |
| | 예측되는 결과(ATP 생성 감소)는 정확하게 서술하였으나 그 이유를 전자전달 과정을 통한 H ⁺ 농도기울기 형성, ATP 합성효소의 작용 등의 내용을 일부 누락하여 설명하여 논리적인 개연성이 부족한 경우 | 2 |
| | 실험 결과(ATP 생성 감소)는 정확하게 설명하였으나 그 이유를 논리적으로 설명하지 못한 경우 | 1 |
| (2) 가) | 중성지방이 글리세롤과 지방산으로 분리된다는 내용, 글리세롤과 지방산이 호흡 기질로 이용되는 경로를 각각 정확하게 설명한 경우 | 4 |
| | 중성지방이 글리세롤과 지방산으로 분리된다는 내용, 글리세롤의 이용 경로, 지방산의 이용 경로 중 2가지만 정확하게 설명한 경우 | 3 |
| | 중성지방이 글리세롤과 지방산으로 분리된다는 내용, 글리세롤의 이용 경로, 지방산의 이용 경로 중 1가지만 정확하게 설명한 경우 | 2 |
| (2) 나) | 글루탐산이 alpha-케토글루타르산(C5)으로 변환되어 TCA 회로에서 이용된다고 설명한 경우 | 3 |
| | 글루탐산이 alpha-케토글루타르산(C5)으로 변환되는 것은 설명하였지만 어떤 과정에서 사용되는지는 설명하지 못한 경우 | 2 |
| | 글루탐산이 TCA 회로에서 이용되는 것은 설명하였지만 어떤 물질로 변환되는지는 설명하지 못한 경우 | 1 |

* 평가자가 타당하다고 인정한 서술은 정답 인정

7. 예시답안

(1) ATP의 생성이 감소한다.

전자전달과정을 통해 H^+ 가 막 사이 공간으로 이동되어 H^+ 농도기울기가 생긴다. ATP 합성효소가 이 농도기울기를 이용하여 ATP를 생성한다. 따라서 기질에 H^+ 를 주입하면 기질과 막사이의 공간에 H^+ 농도기울기가 없어지므로 ATP의 생성이 감소된다.

(2) 가)

먼저 글리세롤과 지방산으로 분리된 후 호흡의 기질로 이용되는데 글리세롤의 경우 해당과정으로, 지방산의 경우 산화되어 아세틸-CoA로 호흡의 기질로 이용된다.

나)

글루탐산의 경우 아민기가 제거되어 TCA 회로의 α -케토글루타르산(C_5)로 변환되어 호흡에 이용된다.

8. 총평

[고등학교 과학(생명과학)교사 A]

세포 호흡의 각 과정은 생명과학II 교과와 'I. 세포와 물질대사' 단원에서 중요하게 다루어지는 내용으로서, 문항 (1), (2)-가), (2)-나) 모두 정규 교육과정 안에서 성실하게 이수한 학생들은 충분히 해결 가능한 문제이다. 특히 문항 (1)의 경우에는 평가원에서 실시하는 모의평가나 수능 등에서도 출제된 바 있는 내용으로서, 학습한 개념의 응용 능력을 평가하는 적절한 수준의 문항이다. 문항 (2)의 가), 나)는 호흡 기질로서 포도당을 사용하는 세포 호흡 과정을 교육과정에서 주로 다룬다는 점에서 학생들이 다소 어렵게 생각할 수 있으나, 문항 (1)과 마찬가지로 모든 교과서에서 다루어지는 내용을 통하여 해결할 수 있으므로 선행학습을 유발한다고 보기 어렵다. 문항 (2)의 가)는 일선 교과서에서 예시답안의 내용이 정확하게 서술되어 있고, 문항 (2)의 나)의 경우 글루탐산이 α -케토글루타르산으로 변환된다는 내용 자체는 교육과정에서 잘 다루지 않는 내용이지만, 제시된 화학식의 탄소 수를 통해 유추할 수 있다는 점에서 학생들의 창의적 문제해결력을 평가할 수 있는 적절한 문항이라고 판단된다.

[고등학교 과학(생명과학)교사 B]

3대 영양소를 호흡기질로 하여 이루어지는 세포호흡 과정은 생명과학Ⅱ 1단원에서 다루어지는 내용이다. 다만 교육과정에서 탄수화물, 특히 포도당을 기질로 하는 세포호흡 과정에 초점이 맞추어져 있고 상대적으로 지방과 단백질의 산화 과정에 대해서는 간략하게 다루고 있어 문항(1)보다 문항(2)의 체감 난이도가 높았을 것으로 예상된다. 하지만 문항(2)-가)의 경우 β -산화 과정의 서술을 요구하는 것이 아니고 세포호흡 단계에 도입되는 과정만을 서술하면 되기에 교육과정에서 벗어났다고 할 수 없다. 문항(2)-나)는 교육과정에서 쓰이는 ‘아미노기’라는 용어 대신 ‘아민기’라는 용어를 사용하고 글루탐산이라는 구체적인 물질을 제시하였으나 화학식을 같이 제시하고 있기에 카이스트 수준의 대학 입시를 준비한 학생이라면 탄소수를 바탕으로 논리적 추론이 가능할 것이라 판단된다.

[한국과학기술원(KAIST) 문항정보 8]

1. 일반정보

| | | |
|------------------------|---|----------------------------------|
| 유형 | <input type="checkbox"/> 논술고사 <input checked="" type="checkbox"/> 면접 및 구술고사 | |
| 전형명 | 학교장추천전형, 고른기회전형 | |
| 해당 대학의 계열(과목) / 문항번호 | 자연계열-과학(생명과학) / 1, 2, 3 | |
| 입학 모집요강에 제시한 자격 기준 과목명 | 과학(생명과학) | |
| 출제 범위 | 과학과 교육과정 과목명 | 생명과학II |
| | 핵심개념 및 용어 | 세포호흡, 해당과정, TCA회로, 전자전달계, 산화적인산화 |
| 예상 소요시간 | 15분 | |

2. 문항 및 제시문

지구상의 생명체가 생명 활동을 하기 위해 필요한 에너지를 얻는 과정을 세포 호흡이라고 한다. 대부분의 진핵 세포에서 세포 호흡은 유기물을 산화시켜 에너지를 방출하는 과정으로 세포질과 미토콘드리아에서 일어난다.

- (1) 세포 호흡의 세 가지 과정을 각각 열거하고 일어나는 장소와 포도당이 최종적으로 어떤 물질로 분해되는지 설명하시오.

- (2) 대장균을 포도당 대신에 세포 호흡의 두 번째 과정에서 발견되는 시트르산에 키웠을 때 잘 자라지 않았다. 하지만 대장균 배양액에 시트르산을 주입하면 시트르산의 다음 산물과 세포 호흡의 세 번째 단계에 사용될 이것을 발견할 수 있었다. 다음 산물과 이것은 무엇일까? 또한 왜 이런 현상이 일어나는지 설명해 보시오.

- (3) 우리가 과도한 운동을 하면 근육세포에서는 젖산 발효를 통해 ATP를 합성한다. 이것은 산소 공급이 부족한 상황에서 급격한 에너지 부족을 해소하기 위해서 우리 몸이 해당 과정을 수행하는 좋은 본보기이다. 하지만 간에서는 오히려 포도당을 합성하는 과정이 일어나는데 이것은 우리의 직관에 매우 어긋난다. 격렬한 운동 시 왜 어떤 장기에서는 포도당을 합성하기도 하고 어떤 장기에서는 포도당을 분해하기도 할까? 이것은 특히 고등 동물에서 어떤 이점이 있는지 설명해 보시오.

3. 출제 의도

세포호흡의 과정과 의미를 실제 사례를 바탕으로 이해하고 있는지 평가한다.

4. 문항 및 제시문의 출제근거

가) 교육과정 근거

| | |
|------------|---|
| 적용 교육과정 | 교육과학기술부 고시 제 2011-361호[별책9] “과학과 교육과정” |
| 성취 기준 | (1) 세포와 물질 대사(113쪽) 세포의 물질대사가 효소를 이용한 화학반응에 의해 이루어지며, 이에 필요한 에너지 공급이 생체막을 통한 에너지 전환과 관련됨을 이해한다. (가) 세포의 특성 ① 세포소기관들이 기능적으로 유기적인 관계를 이루고 있음을 이해한다. ② 원핵 세포와 진핵 세포의 차이점을 설명할 수 있다. ③ 확산, 삼투, 능동 수송 등 세포막을 통한 물질 출입 현상을 이해한다. ④ 효소의 구조와 특성을 이해한다. (나) 세포와 에너지 ① 미토콘드리아와 엽록체의 구조와 기능을 안다. ② 세포 호흡의 해당 과정, TCA 회로, 광합성의 암반응이 효소에 의한 화학 반응임을 이해한다. ③ 세포 호흡의 전자전달계와 광합성의 명반응이 생체막을 통한 에너지 전환 과정임을 이해한다. ④ 발효를 실생활과 관련지어 이해한다. |

나) 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행 연도 | 쪽수 |
|-------------|--------|-------|----------|-------|--------|
| 고등학교 교과서 | 생명과학Ⅱ | 권혁빈 | 교학사 | 2014 | 64~117 |
| | 생명과학Ⅱ | 박희송 | 교학사 | 2014 | 95~116 |
| | 생명과학Ⅱ | 심규철 외 | 비상교육 | 2014 | 82~95 |
| | 심화생명과학 | 서혜애 외 | 한국과학창의재단 | 2011 | 90~107 |

5. 문항 해설

제시문의 내용은 유기물의 산화 과정을 통한 에너지 수급 과정인 세포호흡의 각 단계와 의미를 묻고 있으며 이는 생명과학Ⅱ에서도 비중있게 다루어지고 있는 내용으로 교육과정 범위에 포함되어 있다. 세포호흡의 3단계 및 세포의 구조에 대한 이해를 바탕으로 생명현상을 화학적, 생물학적으로 분석할 수 있는지 논리적인 사고력을 요구하는 문항이다.

6. 채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 |
|-------|---|----|
| (1) | 세포호흡 3단계, 포도당의 최종분해산물, 세포호흡 장소를 모두 정확하게 서술한 경우 | 3 |
| | 세포호흡 3단계, 포도당의 최종분해산물, 세포호흡 장소 중 2가지만 정확하게 서술한 경우 | 2 |
| | 세포호흡 3단계, 포도당의 최종분해산물, 세포호흡 장소 중 1가지만 정확하게 서술한 경우 | 1 |
| (2) | α -케토글루타르산, NADH, 시트르산이 세포막을 통과하기 어려운 이유를 모두 정확하게 서술한 경우 | 4 |
| | α -케토글루타르산, NADH, 시트르산이 세포막을 통과하기 어려운 이유 중 2가지만 정확하게 서술한 경우 | 3 |
| | α -케토글루타르산, NADH, 시트르산이 세포막을 통과하기 어려운 이유 중 1가지만 정확하게 서술한 경우 | 2 |
| (3) | 포도당의 분해 장소와 합성 장소가 다름, 근육의 젖산 생성과 간에서의 포도당 신생, 이러한 과정의 장점을 모두 서술한 경우 * 평가자가 타당하다고 인정한 서술은 정답 인정 | 3 |
| | 포도당의 분해 장소와 합성 장소가 다름, 근육의 젖산 생성과 간에서의 포도당 신생, 이러한 과정의 장점 중 2가지만 서술한 경우 * 평가자가 타당하다고 인정한 서술은 정답 인정 | 2 |
| | 포도당의 분해 장소와 합성 장소가 다름, 근육의 젖산 생성과 간에서의 포도당 신생, 이러한 과정의 장점 중 1가지만 서술한 경우 * 평가자가 타당하다고 인정한 서술은 정답 인정 | 1 |

7. 예시답안

- (1) 세포에서 포도당은 해당 작용, TCA 회로, 산화적 인산화의 3단계를 거쳐 물과 이산화탄소로 분해되는 과정이다. 해당 작용은 세포질에서 일어나며 TCA 회로와 산화적 인산화는 미토콘드리아에서 일어난다.
- (2) α -케토글루타르산과 NADH가 형성된다. 시트르산은 3개의 카르복실기를 가지고 있는 상대적으로 크기가 크고 전하를 강하게 띤 분자이다. 특별한 막단백질이 존재하지 않으면 인지질로 이루어진 세포막을 통과할 수 없다. 이를 증명하듯이 세포막을 파괴한 후 수행한 실험에서는 TCA 회로가 정상적으로 작동하였다.
- (3) 포도당이 분해되는 장소(근육)와 포도당이 합성되는 장소(간)가 다르기 때문이다. 과도한 운동 시 해당 작용은 근육세포에서 활발하게 일어나 젖산을 생성하게 되고 이 젖산은 다시 간으로 이동하여 포도당을 형성하게 된다. 이렇게 형성된 포도당은 다시 근육으로 이동하여 활발한 운동이 가능하게 한다. 이것은 특히 장기를 가진 고등동물에서 큰 이점이 있는 것으로 장기적으로 산소 호흡이 원활하게 일어날 시간을 벌고 특히 대사의 짐을 나누어 질 수 있는 장점이 있다.

8. 총평

[고등학교 과학(생명과학)교사 A]

세포호흡의 3단계는 생명과학Ⅱ의 1단원에서 중요하게 다루어지는 내용으로 문항(1)~(3) 모두 교육과정과의 연계성이 높아 교육과정에 충실히 학습이 이루어졌다면 접근이 가능한 문제임. 문항(2)와 (3)은 암기식 학습이 아닌 원리와 이해를 바탕으로 학습한 학생에게 유리한 문제이고, 특히 문항(2)는 시트르산의 화학 구조를 바탕으로 세포막 투과 가능성을 논리적으로 도출해 낼 수 있는지 융합적인 사고력을 평가하는 변별력 있는 문제로 보임. 문항에서 심화된 질문을 하고 있으나 교과서에 제시된 용어와 개념을 통해 문제를 제시하고 있기에 선행학습을 유발하는 문항이라고 보기는 어려움.

[고등학교 과학(생명과학)교사 B]

(2) 세포호흡의 세 가지 과정은 생명과학Ⅱ 교과와 'I. 세포와 물질대사' 단원에서 중요하게 다루어지는 내용으로서, 문항 (1)의 경우는 정규 교육과정을 성실하게 이수한 학생들은 어렵지 않게 답변할 수 있는 내용이다. 문항 (2)의 경우는 시트르산의 화학적 특성을 추론할 수 있다면 생명과학Ⅱ의 '세포막을 통한 물질 이동'에서 학습할 수 있는 내용인 세포막의 투과성과 연관 지어 논리적으로 추론이 가능하며, 교육과정을 벗어나지 않으면서 카이스트에 입학할 수 있는 우수한 학생을 선별할 수 있는 적절한 문항으로 판단된다. 문항 (3)의 경우에는 평가 요소 자체는 생명과학Ⅱ 'I. 세포와 물질대사'의 내용이지만, 생명과학Ⅰ과Ⅱ의 다른 단원에서 학습할 수 있는 개념(기관계의 통합적 작용, 생명의 기원과 진화 등)과 함께 통합적으로 추론할 수 있는 생물학적 통찰력을 평가할 수 있는 문항이다. 결론적으로, 문항 (1)~(3) 모두 교육과정 내에서 출제되어 선행학습을 유발하지 않는다고 볼 수 있다.